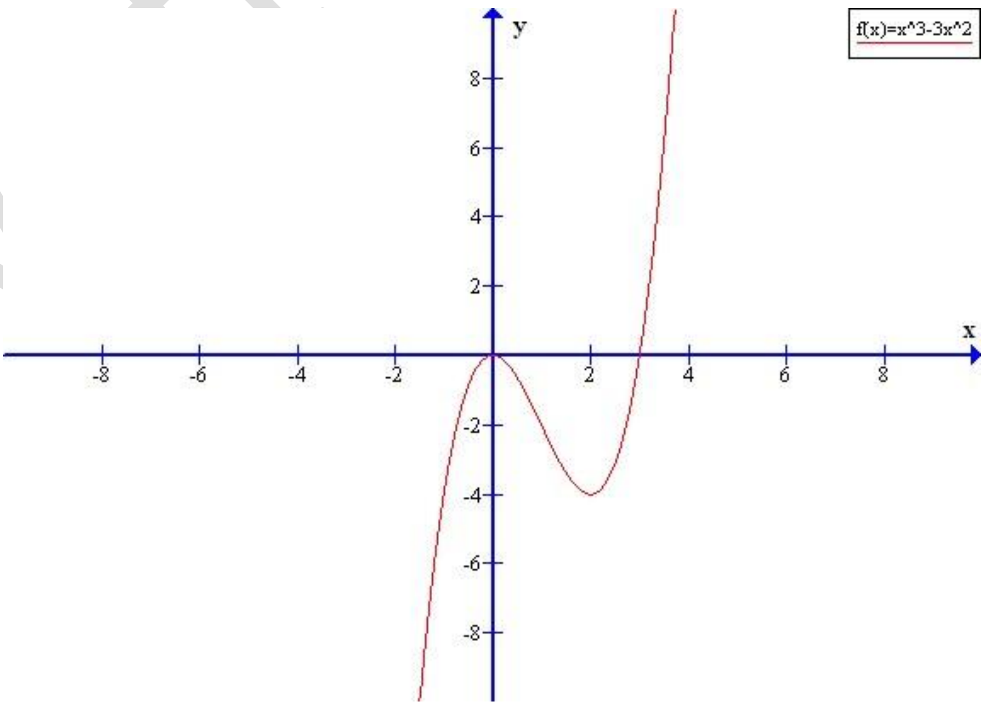
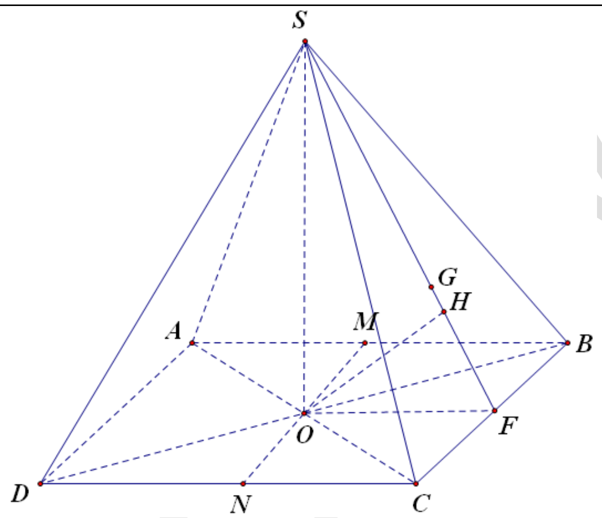
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI THỬ KỲ THI THPT QUỐC GIA LẦN 4 NĂM 2015
Môn: TOÁN
(Đáp án – thang điểm có 6 trang)

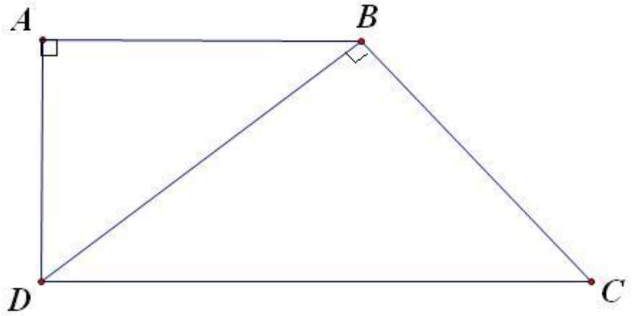
ĐỀ CHÍNH THỨC

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="6">1
(2,0đ)</td><td colspan="2">a) (1,0 điểm)</td></tr>
<tr><td>Khi $m = 0$, hàm số có dạng: $y = x^3 - 3x^2$.
• TXĐ: $D = \mathbb{R}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>• Sự biến thiên:
- Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x$.
$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$
- Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.
- Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x_{CĐ} = 0$, $y_{CĐ} = 0$; đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 2$, $y_{CT} = -4$.
- Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>- Bảng biến thiên:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>0</td><td>↘</td><td>-4</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>• Vẽ đồ thị: Giao trục tọa độ $O(0;0), A(3;0)$. Lấy thêm điểm $B(-1;-4)$.
• Điểm cực đại $(0;0)$, cực tiểu $(2;-4)$.
Đồ thị:

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="2">b) (1,0 điểm)</td></tr>
</table>

	Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2+mx=x$ $\Leftrightarrow x(x^2-3x+m-1)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-3x+m-1=0\,(*) \end{array}\right.$	**0,25**
	Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C_m) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=9-4(m-1)>0 \\ m\neq 1 \end{cases}$. $\Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{13}{4} \\ m\neq 1 \end{cases}$ (1).	**0,25**
	Giả sử O(0,0) , $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$, x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (*). Ta có $\begin{cases} x_1+x_2=3 \\ x_1.x_2=m-1 \end{cases}$ (2). $AB=\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{2}\Leftrightarrow 2(x_1-x_2)^2=2\Leftrightarrow 2(x_1+x_2)^2-8x_1x_2=2$ (3).	
	Thay (2) vào (3) ,ta có(3) trở thành $18-8(m-1)=2\Leftrightarrow m=3$.	**0,25**
	Thỏa mãn điều kiện (1) . Vậy m = 3 là giá trị cần tìm.	**0,25**
2 **(1,0đ)**	$2\sin 2x-2\cos^2 x+5\cos x+2\sin x+3=0$ $\Leftrightarrow(4\sin x\cos x+2\sin x)+(-2\cos^2 x+5\cos x+3)=0$ $\Leftrightarrow 2\sin x(2\cos x+1)+(2\cos x+1)(3-\cos x)=0$ $\Leftrightarrow(2\cos x+1)(2\sin x-\cos x+3)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\cos x+1=0 \\ 2\sin x-\cos x+3=0 \quad (*) \end{array}\right.$.	**0,25**
	Xét phương trình $2\sin x-\cos x+3=0\Leftrightarrow 2\sin x-\cos x=-3$. Ta thấy $2^2+(-1)^2<9\Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.	**0,25**
	$(*)\Leftrightarrow\cos x=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.	**0,25**
	Vậy phương trình có nghiệm $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.	**0,25**
3 **(1,0đ)**	$I=\displaystyle\int_0^{\frac{3}{2}}\frac{3-2x}{\sqrt{2x+1}+2}dx=\int_0^{\frac{3}{2}}\frac{4-(2x+1)}{\sqrt{2x+1}+2}dx==\int_0^{\frac{3}{2}}(2-\sqrt{2x+1})dx=\int_0^{\frac{3}{2}}2dx-\int_0^{\frac{3}{2}}\sqrt{2x+1}dx$	**0,25**
	$I_1=\displaystyle\int_0^{\frac{3}{2}}2dx=2x\Big\|_0^{\frac{3}{2}}$. $\Rightarrow I_1=3-0=3$.	**0,25**

	$\Rightarrow I_2=\frac{8}{3}-\frac{1}{3}=\frac{7}{3}.$	***0,25***
	$\Rightarrow I=I_1-I_2=3-\frac{7}{3}=\frac{2}{3}.$	***0,25***
4 **(1,0đ)**	***a) (0,5 điểm)***	
	Tổng số học sinh là 12 + 3 = 15 học sinh. Nhóm 1: Chọn 5 học sinh trong 15 học sinh có C_{15}^5 cách chọn. Nhóm 2: Chọn 5 học sinh trong 10 học sinh còn lại có C_{10}^5 cách chọn. Nhóm 3: Chọn 5 học sinh trong 5 học sinh còn lại có C_5^5 cách chọn. Vậy có $C_{15}^5.C_{10}^5C_5^5=756756$ cách chia. Số phần tử của không gian mẫu là số phân công 15 học sinh thành 3 nhóm mỗi nhóm 5 học sinh là $\left\|\Omega\right\|=C_{15}^5.C_{10}^5C_5^5=756756$.	***0,25***
	Gọi A là biến cố nhóm nào cũng có nữ . Nhóm 1: Có $C_3^1C_{12}^4$ cách chọn. Nhóm 2: Có $C_2^1C_8^4$ cách chọn. Nhóm 3: Có $C_1^1C_4^4$ cách chọn. Suy ra $\left\|\Omega_A\right\|=C_3^1.C_{12}^4.C_2^1C_8^4.C_1^1.C_4^4=207900$. Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{\left\|\Omega_A\right\|}{\left\|\Omega\right\|}=0,27$.	***0,25***
	b) (0,5 điểm)	
	Điều kiện: $x>3$. $\log^2(x-3)^2+2\log(x-3)^3+2=0\Leftrightarrow 4\log^2(x-3)+6\log(x-3)+2=0$ $\Leftrightarrow 2\log^2(x-3)+3\log(x-3)+1=0$. Đặt $t=\log(x-3)$. Phương trình trở thành $2t^2+3t+1=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$. $+)\, t=-1\Leftrightarrow \log(x-3)=-1\Leftrightarrow x=\frac{31}{10}$ (Thỏa mãn).	***0,25***
	$+)\, t=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow \log(x-3)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=3+\frac{1}{\sqrt{10}}$ (Thỏa mãn). Vậy phương trình có nghiệm $x=\frac{31}{10}$ và $x=3+\frac{1}{\sqrt{10}}$.	***0,25***
5 **(1,0đ)**	Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;3)$ Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm là $\overrightarrow{n_p}=(a;b;c), a^2+b^2+c^2>0$. Phương trình mặt phẳng (P) là $a(x-1)+by+cz=0\Leftrightarrow ax+by+cz-a=0$.	

	Do A,B thuộc (P) , suy ra $\overrightarrow{n_p}.\overrightarrow{AB}=0 \Rightarrow a=3c-2b.$ $d(C,(P))=\dfrac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 37c^2-54bc+17b^2=0$.	**0,25**
	+) $b=0 \Rightarrow c=0 \Rightarrow a=0$ (Loại).	**0,25**
	+) $b\neq 0$, chọn $b=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} c=1 \\ c=\dfrac{17}{37} \end{array}\right.$. +) $c=1, b=1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là $x+y+z-1=0$.	**0,25**
	+) $b=1, c=\dfrac{17}{37} \Rightarrow a=-\dfrac{23}{37} \Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là $-\dfrac{23}{37}x+y+\dfrac{17}{37}z+\dfrac{23}{37}=0$ hay $23x-37y-17z-23=0$.	**0,25**
6 **(1,0đ)**	 Gọi O là giao điểm của AC và BD ,do ABCD là hình chữ nhật nên từ giả thiết suy ra O là hình chiếu của S trên mặt phẳng ABCD .	**0,25**
	$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{5} \Rightarrow OC=\dfrac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SO=\dfrac{a\sqrt{11}}{2}$. $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{11}}{2}.2a^2=a^3\dfrac{\sqrt{11}}{3}$ (đvtt).	**0,25**
	Lấy F là trung điểm của BC $\Rightarrow OF\perp BC \Rightarrow BC\perp(SOF)$. Trong mặt phẳng $\left(SOF\right)$ kẻ $OH\perp SF$ $\Rightarrow OH\perp(SBC)$. Ta có M, N là trung điểm của AB và CD suy ra $MN//BC \Rightarrow MN//(SCB)$. $d(MN,SG)=d\left(MN,(SBC)\right)=d(O,(SBC))=OH.$	**0,25**
	Trong tam giác vuông SOF có: $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OF^2}+\dfrac{1}{OS^2}$. $\Rightarrow OH=d(MN,SG)=a\dfrac{\sqrt{165}}{15}$.	**0,25**

7 **(1,0đ)**		
	Ta có $\cos(AB,BC)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow(AB,BC)=45^0\Rightarrow\widehat{BCD}=45^0,\widehat{ABC}=135^0$. Theo giả thiết tam giác ABD vuông cân tại A, suy ra tam giác DBC vuông cân tại B $\Rightarrow DC=2AB$. $S_{\Delta ADC}=\dfrac{1}{2}AD.DC=10\Rightarrow AD=\sqrt{10}$. Ta có tọa độ điểm B thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases}x+3y-10=0\\2x+y-10=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\y=2\end{cases}\Rightarrow B(4,2)$.	***0,25***
	$C(a,10-2a)$ và $d(C,AB)=\sqrt{10}\Leftrightarrow\dfrac{\lvert a+3(10-2a)-10\rvert}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$. $\Leftrightarrow\lvert 20-5a\rvert=10\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2\\a=6\end{array}\right.$.	***0,25***
	+) $a=2$, suy ra $C(2;6)$, suy ra phương trình CD là : $x+3y-20=0$. Tọa độ điểm $D(8;4)$. Phương trình BD là $-x+2y=0$. Phương trình đường thẳng AD là $-3x+y+20=0$.	***0,25***
	+)a = 6 ,suy ra C(6,-2) làm tương tự suy ra Phương trình DC là $x+3y=0$. Phương trình AD là $-3x+y=0$. Thử lại thỏa mãn.	***0,25***
8 **(1,0đ)**	Tập xác định: $xy\neq-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Đặt $\sqrt{2}y=z$, ta có hệ phương trình $\begin{cases}x^4+z^4-6xz=-4 & (1)\\x^2+z^2+\dfrac{xz}{1+xz}=\dfrac{5}{2} & (2)\end{cases}$. Từ (1) suy ra $6xz-4=x^4+z^4\geq 2x^2z^2\Leftrightarrow 1\leq xz\leq 2$ (*) Ta có: $x^2+z^2+\dfrac{xz}{1+xz}\geq 2xz+\dfrac{xz}{1+xz}$ (Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=z$).	***0,25***
	Đặt $f(t)=2t+\dfrac{t}{1+t}\Rightarrow f'(t)=2+\dfrac{1}{(1+t)^2}>0$, $(t=xz,t\in[1;2])$. Ta có $f(t)$ là hàm đồng biến trên (1;2).	

	$\Rightarrow f(t)\ge f(1)=\frac{5}{2}\Rightarrow x^2+z^2+\frac{xz}{1+xz}\ge 2xz+\frac{xz}{1+xz}\ge\frac{5}{2}$.	***0,25***
	Dấu "=" xảy ra khi t= 1. Lúc đó(2) xảy ra khi $\begin{cases}xz=1\\x=z\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=z=1\\x=z=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\y=\frac{1}{\sqrt{2}}\end{cases}\\\begin{cases}x=-1\\y=-\frac{1}{\sqrt{2}}\end{cases}\end{array}\right.$.	***0,25***
	Thử lại thỏa mãn .Hệ phương trình có nghiệm $(1,\frac{\sqrt{2}}{2});(-1;-\frac{\sqrt{2}}{2})$.	***0,25***
9 (1,0đ)	Đặt $a=x,b=2y,c=3z$ (a,b,c là các số dương thỏa mãn $a+b+c=1$). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=5(a^2+b^2+c^2)-6(a^3+b^3+c^3)$. $P=5[a^2+(b+c)^2-2bc]-6[a^3+(b+c)^3-3bc(b+c)]$ $P=2(4-9a)bc-8a^2+8a-1$ Đặt $0<t=bc\le\frac{(b+c)^2}{4}=\frac{(1-a)^2}{4}$. Xét $P(t)=2(4-9a)t-8a^2+8a-1$ $+)a=\frac{4}{9}\Rightarrow P(t)=\frac{79}{81}$ (1)	***0,25***
	$+)a\ne\frac{4}{9}$. P(t) là hàm số bậc nhất đối với t .Ta có. $P(0)=1-2(2a-1)^2\le 1$; $P(\frac{(1-a)^2}{4})=1-\frac{a(3a-1)^2}{2}\le 1$ (2)	***0,25***
	Trên (0, $\frac{(1-a)^2}{4}$]. Hàm số luôn đồng biến hoặc nghịch biến. Từ (1) và (2),suy ra của GTLN của $P(t)$ trên (0, $\frac{(1-a)^2}{4}$] nhỏ hơn hoặc bằng 1.	***0,25***
	Suy ra giá trị lớn nhất của $P(t)$ là 1 khi a = b = c = 1/3. Suy ra giá trị lớn nhất của P là 1 khi x = 1/3; y = 1/6; z = 1/9.	***0,25***

(Chú ý. Nếu học sinh có cách giải khác mà kết quả đúng vẫn tính điểm tối đa.)

-----------Hết----------