VIETTEL STUDY

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

ĐỀ THI THỬ KỲ THI THPT QUỐC GIA LẦN 3 NĂM 2015

Môn: TOÁN

(Đáp án – thang điểm có 5 trang)

Câu	***Đáp án***	***Điểm***
1 **(2,0đ)**	***a) (1,0 điểm)***	

Khi m = 1 hàm số trở thành $y = x^4 - 2x^2$.

- TXĐ: $D = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:

- Chiều biến thiên: $y' = 4x(x^2 - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right. .$$

0,25

- Các khoảng nghịch biến $(-\infty; -1)$ và $(0;1)$; khoảng đồng biến $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

- Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = -1$; đạt cực đại tại $x = 0, y_{CĐ} = 0$.

- Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.

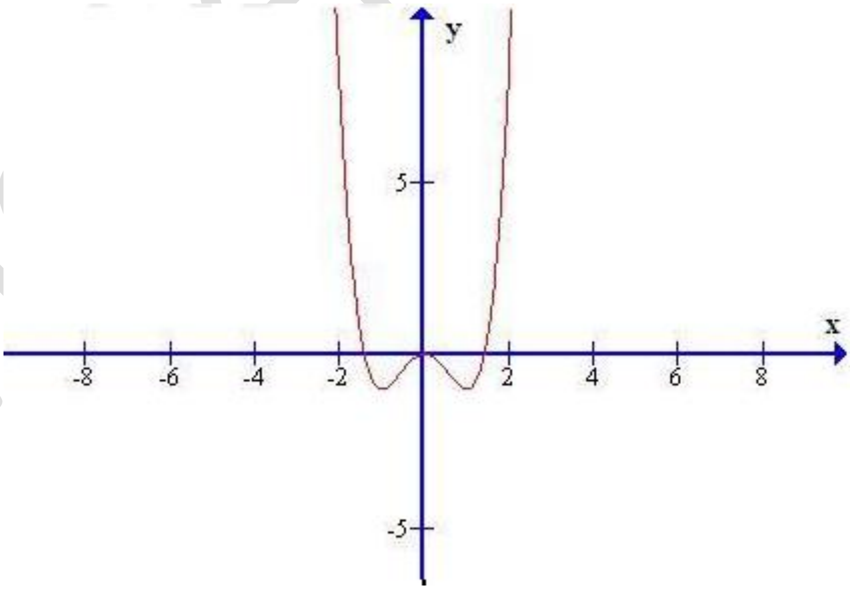
0,25

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

0,25

- Đồ thị:



0,25

b) (1,0 điểm)

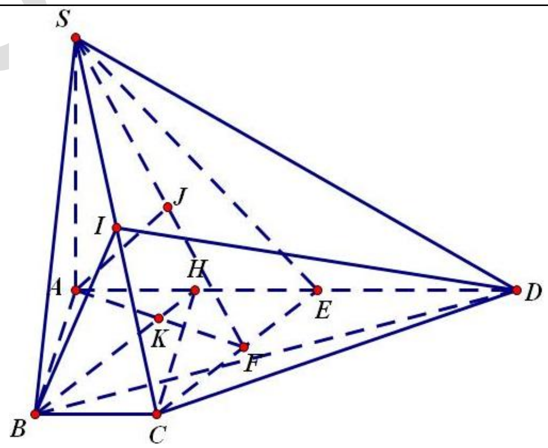
Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$.

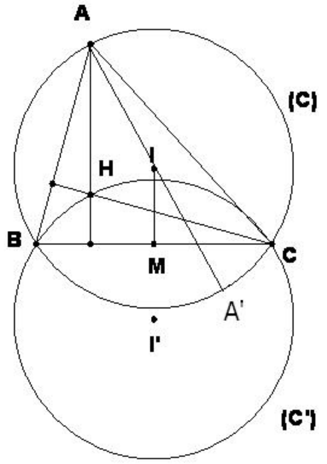
$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right. .$$

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$ (*).

0,25

	Các điểm cực trị của đồ thị là $A(0;m-1), B(\sqrt{m};-m^2+m-1), C(-\sqrt{m};-m^2+m-1)$. Suy ra tọa độ trung điểm của BC là $M(0;-m^2+m-1)$.	**0,25**
	$AM=m^2, BC=2\sqrt{m} \Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}AM.BC=m^2\sqrt{m}$.	**0,25**
	Ta có phương trình $m^2\sqrt{m}=32 \Leftrightarrow m=4$ (thỏa mãn điều kiện (*)). Vậy với $m=4$ thì đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32.	**0,25**
2 **(1,0đ)**	Phương trình đã cho tương đương $\left(2\sin x\sin 3x-4\cos x\sin 3x\right)+\left(\sin 2x-2\cos 2x\right)-2=0$ $\Leftrightarrow 2\sin 3x\left(\sin x-2\cos x\right)+2\cos x\left(\sin x-2\cos x\right)=0$ $\Leftrightarrow (\sin 3x+\cos x)(\sin x-2\cos x)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\sin x-2\cos x=0 & (1)\\ \sin 3x+\cos x=0 & (2)\end{array}\right.$.	**0,25**
	Ta thấy $\cos x=0$ không là nghiệm của phương trình (1). $\cos x\neq 0$, $(1) \Leftrightarrow \tan x=2 \Leftrightarrow x=\arctan 2+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$.	**0,25**
	$(2) \Leftrightarrow \sin 3x=\sin(x-\frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$.	**0,25**
	Vậy phương trình có nghiệm $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi; x=\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}; x=\arctan 2+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.	**0,25**
3 **(1,0đ)**	Đặt $\begin{cases}u=\ln(x^2+1)\\ dv=\frac{1}{x^3}dx\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}du=\frac{2x}{x^2+1}dx\\ v=-\frac{1}{2x^2}\end{cases}$.	**0,25**
	$I=-\frac{1}{2x^2}.\ln\left(x^2+1\right)\Big\|_1^2+\int_1^2\frac{x}{x^2\left(x^2+1\right)}dx=-\frac{1}{8}\ln 5+\frac{1}{2}\ln 2+\int_1^2\frac{x}{x^2\left(x^2+1\right)}dx$.	**0,25**
	Đặt $I_1=\int_1^2\frac{x}{x^2\left(x^2+1\right)}dx$. Đặt $t=x^2 \Rightarrow xdx=\frac{1}{2}dt$. $x=1\Rightarrow t=1; x=2\Rightarrow t=4$. $I_1=\frac{1}{2}\int_1^4\frac{dt}{t(t+1)}=\frac{1}{2}\int_1^4\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+1}\right)dt=\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{t}{t+1}\right\|\Big\|_1^4=\frac{1}{2}\ln\frac{8}{5}$.	**0,25**
	Suy ra $I=-\frac{1}{8}\ln 5+\frac{1}{2}\ln 2+\frac{1}{2}\ln\frac{8}{5}=-\frac{1}{8}\ln 5+\frac{1}{2}\ln\frac{16}{5}=\frac{1}{2}\ln 16-\left(\frac{1}{2}\ln 5+\frac{1}{8}\ln 5\right)$ $\Leftrightarrow I=2\ln 2-\frac{5}{8}\ln 5$.	**0,25**
4 **(1,0đ)**	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{24}^4=10626$.	**0,25**
	Gọi A là biến cố “4 quả cầu lấy được có đủ ba màu”. Ta xét 3 trường hợp: - Lấy được 2 quả cầu trắng, 1 quả cầu xanh, 1 quả cầu đỏ :	**0,25**

	$C_8^2.C_7^1.C_9^1=1764$ (cách). - Lấy được 1 quả cầu trắng, 2 quả cầu xanh, 1 quả cầu đỏ: $C_8^1.C_7^2.C_9^1=1512$ (cách). - Lấy được 1 quả cầu trắng, 1 quả cầu xanh, 2 quả cầu đỏ: $C_8^1.C_7^1.C_9^2=2016$ (cách).	
	$\Rightarrow n(A)=1764+1512+2016=5292.$	***0,25***
	$\Rightarrow P(A)=\dfrac{5292}{10626}=\dfrac{126}{253}\approx 0,5.$	***0,25***
5 **(1,0đ)**	Đường thẳng d đi qua $A(2;-2;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-1)$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-2;-1)$.	***0,25***
	Có $\vec{n}\cdot\vec{u}=0$ và $A\notin(P)$ suy ra $d\,//(\mathrm{P})$.	***0,25***
	Phương trình đường thẳng a đi qua $A(2;-2;1)$ vuông góc với (P) có dạng $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Tọa độ giao điểm A' của a và (P) là nghiệm hệ: $\begin{cases}-2(x-2)=3(y+2)\\ y+2=2(z-1)\\ 3x-2y-z+5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=0\\ z=2\end{cases}\Rightarrow A'(-1;0;2).$	***0,25***
	Hình chiếu của d trên (P) là đường thẳng Δ đi qua A' song song với d có phương trình là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.	***0,25***
6 **(1,0đ)**	Do *(SAB)* và *(SAD)* cùng vuông góc với đáy nên $SA\perp(ABCD)$. $d\left(I,(BCD)\right)=\dfrac{1}{2}d\left(S,(ABCD)\right)$ $=\dfrac{1}{2}SA=\dfrac{a}{2}$.  Gọi điểm $N\in AD$ sao cho $BCDN$ là hình bình hành. Suy ra $\begin{cases}BC=DN=a\\ DC=BN=2\sqrt{5}a\end{cases}$. Xét tam giác vuông ABN có $AN^2=BN^2-AB^2=16a^2$ $\Rightarrow AN=4a\Rightarrow AD=5a$.	***0,25***
	$S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}(a+5a)2a=6a^2, S_{ABD}=\dfrac{1}{2}5a.2a=5a^2\Rightarrow S_{BCD}=S_{ABCD}-S_{ABD}=a^2$ $V_{IBCD}=\dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{a}{2}=\dfrac{a^3}{6}$ (đvtt).	***0,25***
	Trong mặt phẳng *(ABCD)*, kẻ *CE // BH* (*E* thuộc *AD*) ta có $d(BH,SC)=d(BH,(SCE))=d(H,(SCE))=\dfrac{1}{2}d(A,(SCE))$ Kẻ $AF\perp CE$ tại *F*, *AF* cắt *BH* tại *K*. Kẻ *AJ* vuông góc với *SF* tại *J* suy ra	***0,25***

	$d(A,(SCE))=AJ$.	
	Có $\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{AH^2}+\dfrac{1}{AB^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{4a^2}\Rightarrow AK=\dfrac{2a}{\sqrt{5}}\Rightarrow AF=\dfrac{4a}{\sqrt{5}}$ $\dfrac{1}{AJ^2}=\dfrac{1}{AS^2}+\dfrac{1}{AF^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{5}{16a^2}\Rightarrow AJ=\dfrac{4a}{\sqrt{21}}$ Vậy $d(BH,SC)=\dfrac{1}{2}d(A,(SCE))=\dfrac{2a}{\sqrt{21}}$.	***0,25***
7 **(1,0đ)**	Kẻ đường kính *AA'* của đường tròn (*I*) suy ra *IM* là đường trung bình của tam giác *AA'H* nên $AH=2IM$. Mặt khác $\overrightarrow{AH},\overrightarrow{IM}$ cùng hướng suy ra $\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{IM}$	***0,25***
	Tọa độ B, C là nghiệm hệ $\begin{cases}(x-1)^2+(y+2)^2=17\\ 3x-5y-30=0\end{cases}$ Suy ra *B*(0; -6), *C*(5; -3) (hoặc *C*(0; -6), *B*(5; -3)).	***0,25***
	Trung điểm *M* của *BC* có tọa độ $M\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{9}{2}\right)$. Trực tâm *H* của tam giác thuộc đường tròn (*C*') là ảnh của (*C*) qua phép tịnh tiến $T_{2\overrightarrow{IM}}$, với vectơ tịnh tiến có tọa độ $2\overrightarrow{IM}=(3;-5)$. Từ biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến suy ra phương trình đường tròn (*C*') có tâm $I(4;-7)$ $(C'):(x-4)^2+(y+7)^2=17$. 	***0,25***
	Vậy *H* là giao điểm của đường tròn (*C*') và đường thẳng có phương trình $5x-3y-24=0$ nên ta có 2 điểm *H* thỏa mãn là *H*(3; -3) hoặc *H*(0;-8). Suy ra $A(0;2)$ hoặc $A(-3;-3)$.	***0,25***
8 **(1,0đ)**	Điều kiện: $\dfrac{3}{2}\le x\le\dfrac{9}{4}$.	***0,25***
	Phương trình đã cho tương đương với $\left(2\sqrt{2x-3}-2x+2\right)+\sqrt{9-4x}+2x-5=x^2-4x+4$ $\Leftrightarrow 2.\dfrac{-(x-2)^2}{\sqrt{2x-3}+x-1}+\dfrac{-4(x-2)^2}{\sqrt{9-4x}+5-2x}=(x-2)^2$ (Mẫu khác 0 $\forall x\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{4}\right]$).	***0,25***
	$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x-2)^2=0\Leftrightarrow x=2\\ \dfrac{2}{\sqrt{2x-3}+x-1}+\dfrac{4}{\sqrt{9-4x}+5-2x}+1=0\quad(*)\end{array}\right.$	***0,25***
	Ta thấy $\begin{cases}\sqrt{2x-3}+x-1>0\\ \sqrt{9-4x}+5-2x>0\end{cases},\forall x\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{4}\right]$. $\Rightarrow$ phương trình (*) vô nghiệm. Vậy phương trình ban đầu có nghiệm duy nhất *x* = 2.	***0,25***

9 **(1,0đ)**	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các cặp số dương ta có $\sqrt{1+a^3}=\sqrt{(1+a)(1-a+a^2)}\le\frac{1+a+1-a+a^2}{2}=\frac{2+a^2}{2}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 1+a=1-a+a^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=2\end{array}\right.$. Loại $a=0$ vì a dương.	***0,25***
	$\sqrt{1+b^3}=\sqrt{(1+b)(1-b+b^2)}\le\frac{2+b^2}{2}$ (Dấu "=" xảy ra khi b = 2) $\sqrt{1+c^3}=\sqrt{(1+c)(1-c+c^2)}\le\frac{2+c^2}{2}$ (Dấu "=" xảy ra khi c = 2) Suy ra $P\ge 2\left(\frac{1}{2+a^2}+\frac{1}{2+b^2}+\frac{1}{2+c^2}\right)$	***0,25***
	$P\ge 2.\frac{9}{(2+a^2)+(2+b^2)+(2+c^2)}$ (Dấu "=" xảy ra khi a = b = c = 2)	***0,25***
	Suy ra $P\ge 1$. Dấu "=" xảy ra khi a = b = c = 2. Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1.	***0,25***

(Chú ý. Nếu học sinh có cách giải khác mà kết quả đúng vẫn tính điểm tối đa.)

-----------Hết----------