ViettelSTUDY.vn

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 2 NĂM 2015
Môn: TOÁN
(Đáp án – thang điểm có 6 trang)

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1
(2,0đ)</td><td colspan="2">a) (1,0 điểm)</td></tr>
<tr><td>• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
• Sự biến thiên:
- Chiều biến thiên: $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0$.
- Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>- Giới hạn:
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x-3}{x+1}\right) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x-3}{x+1}\right) = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.
$\lim\limits_{x\to-1^+}\left(\frac{x-3}{x+1}\right) = -\infty;\ \lim\limits_{x\to-1^-}\left(\frac{x-3}{x+1}\right) = +\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>- Bảng biến thiên:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td>+</td><td>||</td><td>+</td></tr>
<tr><td>y</td><td>1 ↗ $+\infty$</td><td>||</td><td>$-\infty$ ↗ 1</td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>• Đồ thị:
- Giao $Ox: (3;0)$.
- Giao $Oy: (0;-3)$.
f(x)=(x-3)/(x+1)
- Nhận xét: đồ thị nhận giao điểm của hai tiệm cận I(-1;1) là tâm đối xứng.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	b) (1,0 điểm)	
	Giả sử tiếp tuyến tại $M\left(x_0;y_0\right)\in\left(C\right)$ là: $y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0=\frac{4}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+\frac{x_0-3}{x_0+1}$.	0,25
	$\overrightarrow{IM}=\left(x_0+1;y_0-1\right)=\left(x_0+1;\frac{-4}{x_0+1}\right)\Rightarrow \vec{n}_{IM}=\left(\frac{4}{x_0+1};x_0+1\right)$. $\Rightarrow$ Đường thẳng IM có hệ số góc $k=\frac{4}{(x_0+1)^2}$.	0,25
	Do góc giữa tiếp tuyến và IM là góc α sao cho $\cos\alpha=\frac{3}{5}$ nên $\frac{\left\lvert 1-\left(\frac{4}{(x_0+1)^2}\right)^2\right\rvert}{1+\left(\frac{4}{(x_0+1)^2}\right)^2}=\frac{3}{5}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{4}{(x_0+1)^2}=\frac{1}{4}\\ \frac{4}{(x_0+1)^2}=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=3\\ x_0=-5\\ x_0=\sqrt{2}-1\\ x_0=-\sqrt{2}-1\end{array}\right.$.	0,25
	Vậy có 4 điểm $M_1(3;0);M_2(-5;2);M_3(\sqrt{2}-1;1-2\sqrt{2});M_4(-\sqrt{2}-1;1+2\sqrt{2})$ thỏa mãn đề bài.	0,25
2 **(1,0đ)**	Điều kiện xác định: $\begin{cases}\tan x\neq-\sqrt{3}\\ \cos x\neq 0\end{cases}$	0,25
	$\frac{2\sqrt{3}\cos^3x+5\cos^2x\sin x+\sqrt{3}\sin^2x\cos x}{\tan x+\sqrt{3}}=0$ $\Rightarrow\cos x(2\sqrt{3}\cos^2x+5\cos x\sin x+\sqrt{3}\sin^2x)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\cos^2x+5\cos x\sin x+\sqrt{3}\sin^2x=0$ (vì $\cos x\neq 0$) $\Leftrightarrow 2\sqrt{3}+5\tan x+\sqrt{3}\tan^2x=0$	0,25
	$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=-\sqrt{3}(KTM)\\ \tan x=\frac{-2}{\sqrt{3}}(TM)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\arctan\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.	0,25
3 **(1,0đ)**	Điều kiện: $\begin{cases}\left(x+1\right)^2>0\\ 4-x>0\\ \left(4+x\right)^3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4<x<4\\ x\neq-1\end{cases}$.	0,25
	Phương trình đã cho tương đương $\log_2\lvert x+1\rvert=\log_2\left(4-x\right)+\log_2\left(4+x\right)-2$ $\Leftrightarrow\log_2\lvert x+1\rvert+2=\log_2\left(16-x^2\right)$ $\Leftrightarrow\log_2\left(4\lvert x+1\rvert\right)=\log_2\left(16-x^2\right)$ $\Leftrightarrow 16-x^2=4\lvert x+1\rvert.(*)$	0,25
	Xét $-1<x<4$, phương trình (*) trở thành:	0,25

$x^2+4x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-6(L) \end{array}\right.$.

Xét $-4<x<-1$ phương trình (*) trở thành: **0,25**

$x^2-4x-20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2+2\sqrt{6}(L) \\ x=2-2\sqrt{6} \end{array}\right.$.

Vậy $x \in \left\{2; 2-2\sqrt{6}\right\}$.

4 (1,0đ)

a) (0,5 điểm)

Không gian mẫu: $|\Omega|=60!$ **0,25**

Gọi A là biến cố để 14 em trùng tên đứng cạnh nhau.

Khi đó $|\Omega_A|=(60-14+1)!14!=47!.14!$.

Vậy $P(A)=\dfrac{47!14!}{60!}$ **0,25**

b) (0,5 điểm)

Ta có: $\left(1+x+x^3\right)^{10}=\left[1+x\left(1+x^2\right)\right]^{10}=\sum\limits_{k=0}^{10} C_{10}^k.x^k\left(1+x^2\right)^k$ **0,25**

$$=\sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^k.\sum_{i=0}^{k} C_k^i\left(x^2\right)^i=\sum_{k=0}^{10}\sum_{i=0}^{k} C_{10}^k.C_k^i x^{2i+k}.$$

Hệ số của x^6 là $C_k^i.C_{10}^k$ với $0\le i\le k\le 10$ và $k+2i=6$. **0,25**

Ta có bảng giá trị của i và k

i	0	1	2	3
k	6	4	2	0

Từ bảng trên ta được hệ số của x^6 là: $C_6^0.C_{10}^6+C_4^1.C_{10}^4+C_2^2.C_{10}^2$.

5 (1,0đ)

$(d): \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} M_0(1;-2;0)\in(d) \\ \vec{u}_d=(-1;1;2) \end{array}\right.$. **0,25**

Giả sử vector pháp tuyến của $mp(Q)$ là $\vec{n}_Q=(a;b;c),\left(a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$.

$(d)\subset(Q)\Rightarrow(Q)$ qua $M_0 \Rightarrow (Q): a(x-1)+b(y+2)+c(z-0)=0$.

$\Leftrightarrow ax+by+cz+2b-a=0$.

Gọi φ $\left(0\le\varphi\le 90^0\right)$ là góc giữa $mp(Q)$ và $mp(xOy)$, khi đó: **0,25**

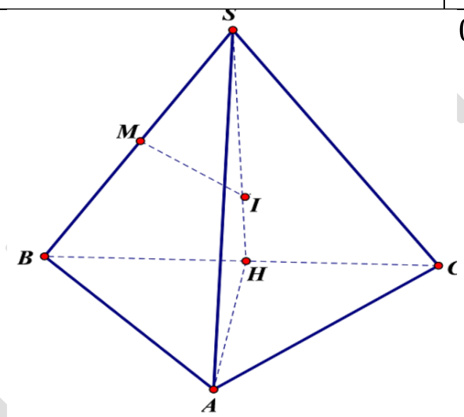
$\cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{n}_Q;\vec{n}_{xOy}\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{n}_Q\cdot\vec{n}_{xOy}\right|}{\left|\vec{n}_Q\right|\cdot\left|\vec{n}_{xOy}\right|}=\dfrac{|a.0+b.0+c.1|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}(*)$, (vì

$\vec{n}_{xOy}=\vec{k}=(0;0;1)$).

$mp(Q)$ chứa $(d) \Rightarrow \vec{n}_Q.\vec{u}_d=0 \Leftrightarrow a.(-1)+b.1+c.2=0 \Leftrightarrow a=b+2c$. **0,25**

Thế vào (*) ta được: $\cos\varphi=\dfrac{|c|}{\sqrt{2b^2+4bc+5c^2}}$.

+ Trường hợp 1: $c=0 \Rightarrow \cos\varphi=0 \Rightarrow \varphi=90^0$. (1) **0,25**

	+ Trường hợp 2: $c\neq 0\Rightarrow \cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{2\left(\dfrac{b}{c}\right)^2+4\dfrac{b}{c}+5}}=\dfrac{1}{\sqrt{2\left(\dfrac{b}{c}+1\right)^2+3}}\le\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Dấu “=” xảy ra khi $\dfrac{b}{c}=-1\Leftrightarrow b=-c$. (2) Từ (1) và (2) $\varphi_{\min}\Leftrightarrow \cos\varphi_{\max}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow b=-c\Rightarrow a=b+2c=c$. Từ đó $(Q): cx-cy+cz-3c=0$. $\Rightarrow (Q): x-y+z-3=0$ (do $c\neq 0$).	
6 **(1,0đ)**	Gọi H là trung điểm của BC. Do tam giác SBC cân tại S nên $SH\perp BC$. Mà $\begin{cases}(SBC)\perp(ABC)\\(SBC)\cap(ABC)=BC\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC)$. 	0,25
	Mà tam giác SBC cân có SB=SC=a, góc $BSC=120^o$ nên $SH=\dfrac{a}{2}$ và $BC=\sqrt{3}a$. Nhận xét $BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại A. Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a}{2}.\dfrac{1}{2}a.a\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$.	0,25
	SH là trục đường tròn ngoại tiếp đáy ABC. Trong $mp(SBC)$, qua M là trung điểm SB dựng đường trung trực của SB cắt SH tại I. Vậy mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp SABC có tâm I và bán kính IS.	0,25
	$\Delta SMI\backsim\Delta SHB(g.g)\Rightarrow\dfrac{SI}{SB}=\dfrac{SM}{SH}\Rightarrow SI=SB.\dfrac{SM}{SH}=a.\dfrac{a/2}{a/2}=a$	0,25
7 **(1,0đ)**	Theo công thức trung điểm vì I là trung điểm của AC suy ra tọa độ $C(9;-8)$	0,25
	Vì D thuộc đường thẳng $3x+y=0$ nên $D(t;-3t)$. Mặt khác do $AD\perp DC$ $\Rightarrow \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{DC}=0\Leftrightarrow(t-6)(9-t)+(-3t-5)(-8+3t)=0$ $\Leftrightarrow 5t^2-12t+7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=\dfrac{7}{5}\end{array}\right.$.	0,25
	Trường hợp 1: $t=1\Rightarrow D(1;-3)$. Vì I là trung điểm BD nên $B(14;0)$. Phương trình các cạnh là $(AB): 5x+8y-70=0$; $(BC): 8x-5y-112=0$; $(CD): 5x+8y+19=0$; $(AD): 8x-5y-23=0$.	0,25
	Trường hợp 2: $t=\dfrac{7}{5}\Rightarrow D\left(\dfrac{7}{5};-\dfrac{21}{5}\right)$. Vì I là trung điểm BD nên $B\left(\dfrac{68}{5};\dfrac{6}{5}\right)$.	0,25

	Phương trình các cạnh là $(AB): x+2y-16=0$; $(BC): -2x+y+26=0$; $(DC): x+2y+7=0$; $(AD): -2x+y+7=0$.	
8 **(1,0đ)**	Hệ tương đương $\begin{cases} 8x^3-13x^2+8x-4=(y+1)(5y+7) \\ x^2=y^3+y^2+y+1 \end{cases}$. Cộng vế theo vế 2 phương trình trên ta được $(2x-1)^3+(2x-1)=(y+2)^3+(y+2)$.(*)	0,25
	Xét hàm $f(t)=t^3+t \Rightarrow f'(t)=3t^2+1>0 \forall t \in \mathbb{R}$. $\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.	0,25
	Từ (*) suy ra: $2x-1=y+2 \Leftrightarrow x=\dfrac{y+3}{2}$. Thế vào (2) suy ra: $4y^3+3y^2-2y-5=0$	0,25
	$\Leftrightarrow (y-1)(4y^2+7y+5)=0$ $\Leftrightarrow y=1$ (do $4y^2+7y+5>0$) $\Rightarrow x=2$. Vậy nghiệm của hệ phương trình: $(x;y)=(2;1)$.	0,25
9 **(1,0đ)**	Đặt $a=2x; b=3y; c=z\,(a,b,c>0)$. Vậy $a+b+c=1$. Không mất tính tổng quát giả sử $a \in \left[0;\dfrac{1}{3}\right]$ Ta có: $b+c=1-a$ thay vào P ta có $P=(1-a)^2+a^2+2(2a-1)bc \Rightarrow bc=\dfrac{P-2a^2+2a-1}{2(2a-1)}$	0,25
	Theo bất đẳng thức Cô-si ta có: $(b+c)^2 \geq 4bc$ nên $(1-a)^2 \geq 4\dfrac{P-2a^2+2a-1}{2(2a-1)}$ Do $a \in \left[0;\dfrac{1}{3}\right] \Rightarrow 2a-1<0 \Rightarrow 2(P-2a^2+2a-1) \geq (1-a)^2(2a-1)$ $\Leftrightarrow 2P \geq 2a^3-a^2+1 \Leftrightarrow P \geq \dfrac{2a^3-a^2+1}{2}$.	0,25
	Khảo sát $P(a)=\dfrac{2a^3-a^2+1}{2}$ trên $\left[0;\dfrac{1}{3}\right] \Rightarrow MinP=P\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{13}{27}$ khi $\begin{cases} a=\dfrac{1}{3} \\ a+b+c=1 \\ b=c \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{6} \\ y=\dfrac{1}{9} \\ z=\dfrac{1}{3} \end{cases}$.	0,25
	$\Rightarrow \dfrac{2a^3-a^2+1}{2} \geq \dfrac{13}{27}$	0,25

	Vậy $P_{\min} = \frac{13}{27} \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}; y = \frac{1}{9}; z = \frac{1}{3}$.	

(Chú ý. Nếu học sinh có cách giải khác mà kết quả đúng vẫn tính điểm tối đa.)

-----------Hết----------